

Министерство образования Кировской области

**КОМПЛЕКТ
контрольно-измерительных материалов
для проверочных работ
по учебной дисциплине**

ОДП.15. Математика

профессиональной образовательной программы (ПОП)
для образовательных организаций СПО

ЧАСТЬ 4

Киров 2018

ОДОБРЕНО

Составители:

Бахтина Е.В., преподаватель математики КОГПОБУ «ВятКТУиС»

Киселёва И.И., преподаватель математики КОГОАУ СПО «Колледж промышленности и автомобильного сервиса»

Шулятьева Н.Н. учитель математики МБОУ СОШ с УИОП 51 г.Кирова

Внешняя экспертиза

Комплект контрольно-измерительных материалов составлен для текущего контроля по дисциплине «Математика», реализуемой в рамках федерального государственного образовательного стандарта содержит карточки-задания по всем разделам курса алгебры и математического анализа. Может быть использовано преподавателями образовательных организаций СПО для студентов 1 курса.

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка.....	4
1 Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.....	6
2 Рациональные неравенства.....	7
2.1 Справочный материал.....	7
2.2 Темы проверочных работ.....	8
2.3 Задания из ЕГЭ.....	10
3 Тригонометрические уравнения.....	11
3.1 Справочный материал.....	11
3.2 Темы проверочных работ.....	12
3.3 Задания из ЕГЭ.....	18
4 Иррациональные уравнения.....	19
4.1 Справочный материал.....	19
4.2 Темы проверочных работ.....	20
4.3 Задания из ЕГЭ.....	23
5 Показательные уравнения.....	24
5.1 Справочный материал.....	24
5.2. Темы проверочных работ.....	25
5.3. Задания из ЕГЭ.....	30
6 Логарифмические уравнения.....	31
6.1 Справочный материал.....	31
6.2. Темы проверочных работ.....	32
6.3. Задания из ЕГЭ.....	36
Литература.....	37

Пояснительная записка

Комплект контрольно-измерительных материалов (далее - КИМ) по учебной дисциплине «Математика» разработан на основе рабочей программы для всех специальностей среднего профессионального образования, который реализуется в рамках федерального государственного образовательного стандарта (далее - ФГОС) среднего общего образования на базовом уровне в пределах основной образовательной программы среднего профессионального образования.

Комплект КИМ предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины. Комплект контрольно-измерительных материалов включает контрольные материалы для текущего контроля. Он состоит из нескольких частей по всем разделам программы дисциплины «Математика». Каждая часть содержит несколько проверочных работ по определенной теме.

Часть 1 – «Производная и ее применение»

Часть 2 – «Преобразование выражений»

Часть 3 – «Решение уравнений»

Часть 4 – «Решение неравенств»

В комплекте каждая проверочная работа содержит четыре варианта. Вначале работы указано название, цель и время проведения проверочной работы; в заключение каждой работы есть критерии оценки выполненных заданий. Эти материалы позволяют дифференцировать контроль путем разумного сочетания фронтальной, групповой и индивидуальной форм работы с обучающимися. Комплект КИМов предоставляет преподавателю возможность дифференцировать текущий контроль обучающихся на всех этапах и уровнях усвоения знаний:

- первичное ознакомление с новым материалом;
- ликвидация пробелов в знаниях;
- выработка умений и навыков применять полученные знания в сходных и новых ситуациях.

Данные проверочные работы могут быть использованы в качестве индивидуальных карточек-заданий, предназначенных для контроля ранее пройденного материала, а так же для проверки уровня усвоенного материала, студентами, которые не изучали материал из-за пропущенных занятий. Такие кратковременные индивидуальные работы позволяют подключить к работе отдельных студентов, не усвоивших этот материал своевременно.

Часть 4 «Решение неравенств» содержит несколько видов проверочных работ по всей теме, в которых отрабатывается материал – начиная с повторения материала за школьный курс по теме «Решение линейных, квадратных, биквадратных неравенств». 4 часть комплекта контрольно-измерительных материалов разработана в соответствии с тематическим планом дисциплины «Математика» по этому разделу на основе требований к умениям: используя основные приемы и методы решать простейшие неравенств; неравенств, сводящиеся к квадратным; показательные и логарифмические неравенства; освоить общие приемы решения неравенств (метод интервалов, разложение на множители, подстановка, замена переменной, графический метод), а также общие приемы решения систем; овладеть техникой решения рациональных,

иррациональных, логарифмических, показательных, тригонометрических неравенств.

Комплект КИМов помогает преподавателю осуществлять внедрение ФГОС нового поколения в учебный процесс.

1. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Требования к умениям

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

У 1 решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

У 2 использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

У 3 изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

У 4 составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

У 5 использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для построения и исследования простейших математических моделей.

2. Рациональные неравенства.

1.1 Справочный материал по теме

Основные определения

1. Линейное неравенство – неравенство, в котором переменная находится в первой степени.

2. Квадратное неравенство - неравенство вида $ax^2 + bx + c < (\geq) 0$, где a, b, c – некоторые числа, причем $a \neq 0$; x – искомая переменная.

3. Рациональное неравенство – неравенство, в котором переменная находится в произвольной степени.

4. Алгоритм решения квадратных неравенств:

- перенести все члены неравенства в левую часть, так чтобы в правой остался только ноль;
- сделать так, чтобы при неизвестном « x^2 » стоял положительный коэффициент;
- приравнять выражение к нулю, получить квадратное уравнение
- $D = b^2 - 4ac$
 - Если $D = 0$, то уравнение имеет два совпадающих корня (единственное решение): $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.
 - Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных действительных корня: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ и $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.
 - Если $D < 0$, то уравнение действительных корней не имеет
- полученные корни уравнения разместить на числовой оси в порядке



возрастания;

- нарисовать «арки» для интервалов. Справа налево, начиная с «+», проставить, чередуя знаки «+» и «-»;



- выбрать необходимые интервалы и записать их в ответ.

Таблица ответов при решении квадратного неравенства

Вид неравенства		$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$	$ax^2 + bx + c < 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$
Д>0	a>0	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$	$x \in (x_1; x_2)$	$x \in [x_1; x_2]$
	a<0	$x \in (x_1; x_2)$	$x \in [x_1; x_2]$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$
Д=0	a>0	$x \in (-\infty; x) \cup (x; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty)$	нет решений	$x \in \{x\}$
	a<0	нет решений	$x \in \{x\}$	$x \in (-\infty; x) \cup (x; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty)$
Д<0	a>0	$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty)$	нет решений	нет решений
	a<0	нет решений	нет решений	$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty)$

Алгоритм решения неравенств методом интервалов:

- ввести функцию;
- указать область определения функции;
- найти нули функции;
- начертить числовую прямую, отметить на ней нули функции и значения, не входящие в область определения;
- определить знак функции на каждом из получившихся промежутков и выписать в ответе те промежутки, знаки на которых соответствуют знаку неравенства.

Замечание: значения, не входящие в область определения, на числовой прямой всегда выкалываются

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

2.2 Темы проверочных работ

Практическая работа № 1

Цель: повторить способы решения линейных, квадратных и дробно-рациональных неравенств.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 20 минут.

1 вариант

1) $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$

2) $25 - x^2 > 0$

3) $4x^2 - 5x + 1 \leq 0$

4) $\frac{x-4}{2x+1} \geq 0$

2 вариант

1) $5 + x > 3x - 3(4x + 5)$

2) $x^2 - 9 \leq 0$

3) $2x^2 - 5x + 3 > 0$

4) $\frac{5+x}{1-3x} \leq 0$

3 вариант

1) $3x - 4(x + 1) < 8 + 5x$

2) $36 - x^2 > 0$

3) $3x^2 - 7x + 4 \leq 0$

4) $\frac{x-5}{3x+2} \leq 0$

4 вариант

1) $5x - 2(x - 4) \geq 9x + 23$

2) $x^2 - 16 \leq 0$

3) $5x^2 - 6x + 1 > 0$

4) $\frac{4+x}{3-2x} \geq 0$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно все четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено правильно три задания проверочной работы	4
Выполнено правильно два задания проверочной работы	3
Выполнены правильно одно задание проверочной работы	2

Практическая работа № 2

Цель: повторить способ решения неравенств методом интервалов.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{(x-5)(4x+7)}{2-x} \geq 0$ 2. $\frac{(4x-3)(8+x)}{5x-4} < 0$ 3. $\frac{3x+5}{(x-5)(2x-7)} \leq 0$ 4. $\frac{4-x}{(3x+5)(4+3x)} \geq 0$ 	<p>Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{(6-5x)(7+x)}{8x-3} > 0$ 2. $\frac{(3x+9)(3-x)}{7+3x} \leq 0$ 3. $\frac{5-4x}{(2x+5)(7-x)} < 0$ 4. $\frac{2x+7}{(3-4x)(3x-8)} \geq 0$
<p>Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{(x+9)(5+3x)}{4-3x} < 0$ 2. $\frac{(2x-5)(3-2x)}{4+x} \geq 0$ 3. $\frac{x-8}{(8+x)(6x-2)} > 0$ 4. $\frac{4x-5}{(2x-9)(8+x)} \leq 0$ 	<p>Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{(4-x)(5x+2)}{8+3x} > 0$ 2. $\frac{(4x-3)(5+x)}{8-3x} \leq 0$ 3. $\frac{7+x}{(4x-9)(3-x)} \geq 0$ 4. $\frac{5-6x}{(7+x)(2-3x)} < 0$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно все четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы, решение правильно изображено на числовой прямой	5
Выполнено правильно три задания проверочной работы, решение правильно изображено на числовой прямой.	4
Выполнено правильно два задания проверочной работы, решение правильно изображено на числовой прямой.	3
Выполнены правильно одно задание проверочной работы.	2

2.3. Задания из ЕГЭ

$$1. \frac{2x-4}{2x-5} - \frac{x-3}{x-5} \leq 2$$

$$2. \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-6}{x-10} \geq 2$$

$$3. \frac{3x-3}{3x-4} - \frac{3x-5}{3x-9} \leq 2$$

$$4. \frac{3x-4}{3x-5} - \frac{6x-16}{3x-10} \geq 1$$

$$5. 3x > \frac{6}{3x-1} - 4$$

$$6. 2x < 11 + \frac{3}{x-3}$$

$$7. \frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1$$

$$8. \frac{6x}{x-1} \geq x$$

$$9. x - 4 \leq \frac{3}{x-2}$$

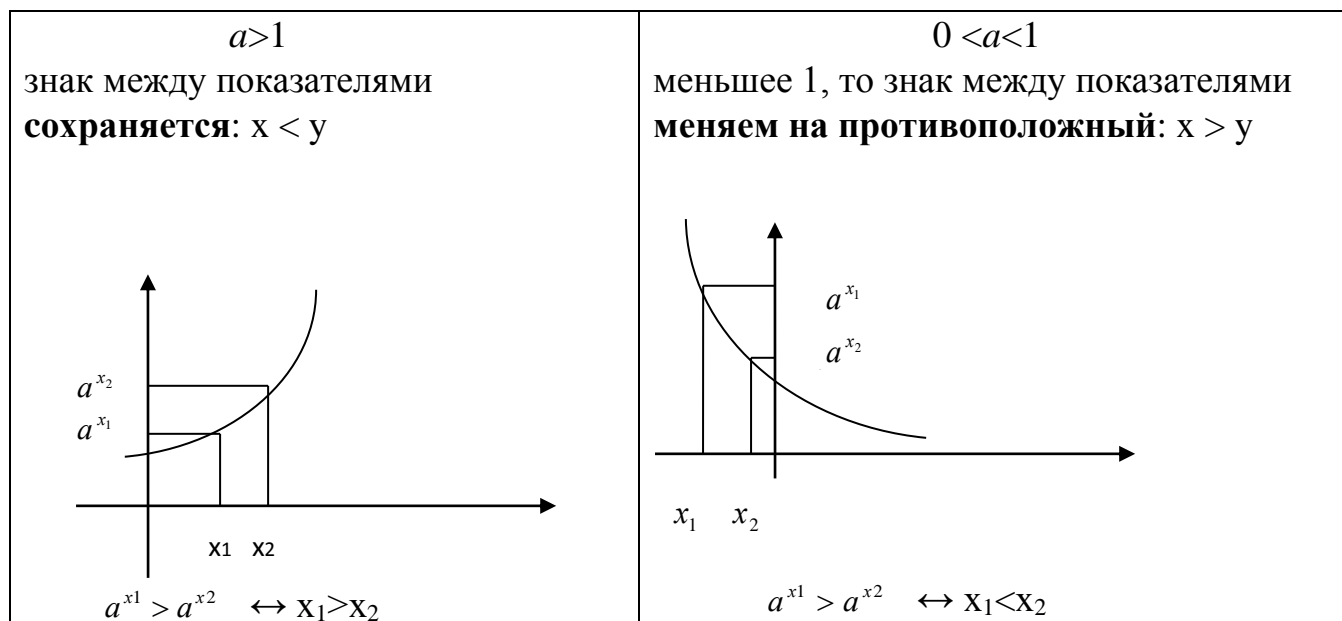
$$10. \frac{3x}{x+2} \geq -x$$

3. Показательные неравенства.

3.1. Справочный материал

Определение. Неравенства, которые содержат переменную в показателе степени, называются показательными, т.е. неравенство вида $a^x > a^y$

Алгоритм решения простейшего показательного уравнения:



Свойства степени с целым показателем

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$(a \cdot b)^n = a^n b^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a > 0, b > 0)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^m} = a^{n-m} \quad (a > 0)$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Свойства степени с дробным показателем и корни

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$$

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \sqrt[n]{a^{m \cdot p}}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[2n]{[f(x)]^{2n}} = |f(x)|$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[2n+1]{[f(x)]^{2n+1}} = f(x)$$

3.2. Темы проверочных работ

Практическая работа № 1

Цель: отработать способы решения простейших показательных неравенств, с использованием таблицы степеней.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1 1. $2^x \geq 4$ 2. $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \frac{1}{27}$ 3. $3^{x^2-1} \leq 243$ 4. $5^{4x-6} \geq 225$ 5. $\frac{1}{7^{5-13x}} > 7$	Вариант 2 1. $2^x \leq \frac{1}{2}$ 2. $3^x < 81$ 3. $\left(\frac{1}{4}\right)^{5-x} \geq \left(\frac{1}{64}\right)$ 4. $(0,5)^{3x+4} > 32$ 5. $\frac{1}{3^{20x-7}} > 27$
Вариант 3 1. $4^x \leq \frac{1}{2}$ 2. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{32}$ 3. $3^{2x-4} \leq 27$ 4. $6^{3-x} \geq 216$ 5. $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3x+1} \geq \left(\frac{1}{49}\right)$	Вариант 4 1. $6^x \leq 1$ 2. $3^x \geq 9$ 3. $2^{3x+6} > \left(\frac{1}{4}\right)$ 4. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-7} < \frac{4}{9}$ 5. $6^{5x-6} \geq 216$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно все пять заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено правильно четыре задания проверочной работы, либо в одном задании допущена арифметическая ошибка при решении степенного неравенства.	4
Выполнено правильно три задания проверочной работы, либо в двух заданиях допущены арифметические ошибки при решении степенного неравенства.	3
В двух заданиях получен верный ответ, но допущена арифметические ошибки при решении степенных неравенств.	2

Практическая работа № 2

Цель: отработать способы решения простейших показательных неравенств, используя свойства степени.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p>Вариант 1</p> $4^{5x-1} \leq 16^{3x+2}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} < \left(\frac{4}{49}\right)^{x^2}$ $2^{3x-1} \leq (0,25)^{2-x}$ $10^{3x+5} > 0,01^{5-x}$ $e^{x^2-4x+3} \geq 1$	<p>Вариант 2</p> $2^{3x} \geq \sqrt[3]{512}$ $3^{3x-24} \cdot 81^{9-x} > 243$ $100^{x^2-1} \leq 10^{1-5x}$ $\left(\frac{5}{4}\right)^{7x-2} < \left(\frac{16}{25}\right)^{6-x}$ $4^{2x^2-5x+3} \leq 1$
<p>Вариант 3</p> $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{5+3x}$ $2^{x^2-6x-2,5} \geq 16\sqrt{2}$ $3^{x-\frac{1}{2}} \cdot 3^{x+1} \leq 1$ $225^{2x^2-24} \geq 15$ $\left(\frac{3}{7}\right)^{x^2-4x} < 1$	<p>Вариант 4</p> $(0,1)^{-(x^2-5x+8)} \leq 100$ $\left(\frac{4}{3}\right)^{x+5} < \left(\frac{3}{4}\right)^{3-2x}$ $16^{2x-1} \geq 8^{x-2}$ $\sqrt{3} \cdot 3^{5x} \geq \frac{1}{3}$ $\left(\frac{5}{9}\right)^{3x^2+5x-8} > 1$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно все пять заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено правильно четыре задания проверочной работы, либо в одном задании допущена арифметическая ошибка при решении степенного неравенства.	4
Выполнено правильно три задания проверочной работы, либо в двух заданиях допущены арифметические ошибки при решении степенного неравенства.	3
В двух заданиях получен верный ответ, но допущена арифметическая ошибка при решении степенных неравенств.	2

Проверочная работа № 3.

Цель: отработать способы решения показательных неравенств, используя вынос общего множителя за скобки.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $5^{x-4} - 5^{x-5} - 2 \cdot 5^{x-6} \leq 19$ 2. $5^x - 5^{x-3} > 0,992$ 3. $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} \geq 1443$ 4. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x < 39$ 	<p>Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x \geq 48$ 2. $10^x + 10^{x-1} < 0,11$ 3. $3^{x+2} + 3^{x+3} > 108$ 4. $8^{3x+1} - 8^{3x} \leq \frac{7}{64}$
<p>Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $3^x - 3^{x-2} \geq 8$ 2. $7^{x+2} - 7^{x+1} \leq 6$ 3. $4^{x+2} + 2 \cdot 4^x > \frac{9}{16}$ 4. $3^{3x+1} - 3^{3x-1} < 24$ 	<p>Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $3^{3x+1} - 5 \cdot 3^{3x-1} \leq 36$ 2. $4^{x+1} - 2^{2x} > 24$ 3. $5 \cdot 0,5^{x-3} + 0,5^{x+1} \geq 162$ 4. $2^{5x+2} + 2^{5x-3} < 33$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно все четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено правильно три задания проверочной работы, либо в одном задании допущена арифметическая ошибка при решении степенного неравенства.	4
Выполнено правильно два задания проверочной работы, либо в двух заданиях допущены арифметические ошибки при решении степенного неравенств.	3
В одном задании получен верный ответ, но допущены арифметические ошибки при решении двух степенных неравенств.	2

Практическая работа № 4

Цель: отработать способы решения показательных неравенств, используя приведение к квадратному неравенства.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут

Вариант 1 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 \geq 0$ $9^{x+1} - 3^{x+1} > 6$	Вариант 2 $5^{2x+1} 26 \cdot 5^x + 5 > 0$ $49 \cdot 7^{2x} - 50 \cdot 7^x + 1 \leq 0$
Вариант 3 $16^x + 3 \cdot 4^{x+1} - 64 > 0$ $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 \leq 0$	Вариант 4 $9^x + 6 \cdot 3^{x-1} - 15 > 0$ $4^x + 2^x - 20 \leq 0$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно два задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено два задания проверочной работы, но либо допущена арифметическая ошибка при решении одного степенного неравенства, либо не четко изображено решение на числовой прямой.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы, либо в двух заданиях допущены арифметические ошибки при решении степенного неравенств.	3
В обоих заданиях получен не верные ответы.	2

Проверочная работа № 5.

Цель: отработать способы решения показательных неравенств, используя деление на множитель.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 40 минут.

<p>Вариант 1</p> <p>1. $3 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 3^{2x} < 5 \cdot 6^x$</p> <p>2. $2 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} > 0$</p> <p>3. $4^x + 3^{x-1} \leq 4^{x-1} + 3^{x+2}$</p>	<p>Вариант 2</p> <p>1. $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x \leq 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$</p> <p>2. $\frac{1}{9^x} \geq \frac{1}{6^x} + 2 \cdot \frac{1}{4^x}$</p> <p>3. $5 \cdot 5^{2x} - 13 \cdot 5^x \cdot 3^x + 6 \cdot 3^{2x} < 0$</p>
<p>Вариант 3</p> <p>1. $3^{x+3} + 3^x \leq 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$</p> <p>2. $4 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 4^{2x} > 9 \cdot 20^x$</p> <p>3. $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x \leq 5 \cdot 6^x$</p>	<p>Вариант 4</p> <p>1. $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} \geq 0$</p> <p>2. $5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x < 0$</p> <p>3. $5^{2x} - 4^{x+1} > 4^x + 5^{2x-1}$</p>

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнено правильно три задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнено два задания проверочной работы, но либо допущена арифметическая ошибка при решении одного степенного неравенства, либо не четко изображено решение на числовой прямой.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы, либо в двух заданиях допущены арифметические ошибки при решении степенного неравенств.	3
В обоих заданиях получен не верные ответы.	2

3.3 Задания из ЕГЭ

1. $3^{2-x} \leq 81$

2. $\left(\frac{1}{81}\right)^{x-7} > 3$

3. $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$

4. $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$

5. $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} \geq 25$

6. $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$

7. $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}$

8. $\left(\frac{1}{64}\right)^x \geq \sqrt{\frac{1}{8}}$

9. $7^x - 7^{1-x} + 6 > 0$

10. $49^x - 6 \cdot 7^x - 7 < 0$

11. $25^x - 5^x \geq 20$

12. $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x > 0$

13. $7 \cdot 4^{x^2} - 9 \cdot 14^{x^2} + 2 \cdot 49^{x^2} \leq 0$

4. Логарифмические неравенства

4.1. Справочный материал

Определение. Неравенство, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании называется логарифмическим неравенством.

Алгоритм решения логарифмических неравенств:

- $\log_a x \geq b$, если $a > 1$, $a \neq 1$ равносильно системе $\begin{cases} x^b \geq a \\ x > 0 \end{cases}$
- $\log_a x \geq b$, $a < 1$, $a \neq 1$ равносильно системе $\begin{cases} x^b \leq a \\ x > 0 \end{cases}$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе если $a > 1$, $a \neq 1$: $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе $0 < a < 1$, $a \neq 1$: $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$
- при решении логарифмических неравенств обязательно учитывать область допустимых значений

Методы решения.

1. Введения новой переменной.
2. При решении неравенств, содержащих переменную и в основании, и в показателе степени, используется метод логарифмирования.

II. Свойства логарифмов

1. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$
2. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
3. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
4. $\log_a x^n = n \log_a x$
5. $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$
6. $\log_{a^k} x^n = \frac{n}{k} \log_a x$
7. $\log_a a = 1$
8. $\log_a 1 = 0$
9. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
10. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ - формула перехода к другому основанию

4.2. Темы проверочных работ.

Проверочная работа № 1.

Цель: отработать способы решения логарифмических неравенств, используя определение логарифма.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

Вариант 1

1. $\log_{0,3} x > -2$
2. $\log_2(3 + 2x) \leq 3$
3. $\lg(x + 4) < 1$
4. $\log_5 x - 3 > 0$
5. $\ln(4x + 3) \geq 2$

Вариант 2

1. $\log_{\frac{1}{3}} x < -3$
2. $\log_7(3x - 5) \leq 2$
3. $\lg(4 + x) > 1$
4. $\log_4 x^5 + 5 \leq 0$
5. $\ln(5x + 3) \geq 1$

Вариант 3

1. $\log_2 x > -4$
2. $\log_{\frac{1}{3}}(3x - 5) \leq -2$
3. $\lg(3x - 5) \geq -1$
4. $\log_2 x^4 - 4 < 0$
5. $\ln(x + 5) \geq 2$

Вариант 4

1. $\log_4 x \geq -1$
2. $\log_{\frac{2}{3}}(2x + 3) > -2$
3. $\lg(3 - 5x) < 1$
4. $\log_4 x^3 + 3 \geq 0$
5. $\ln(4 - 3x) < 1$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 3 или меньше заданий проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

Проверочная работа № 2.

Цель: отработать способы решения логарифмических неравенств, используя метод потенцирования (отбрасывание логарифмов с одинаковым основанием)

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 40 минут.

Вариант 1

1. $\log_2(2x+1) > \log_2(x-1)$
2. $\log_{0,4} x \leq \log_{0,4}(2x+7)$
3. $\log_8(4x+5) < \log_8(6-5x)$
4. $\lg(7x+3) - \lg(5-2x) \geq 0$
5. $\ln(3x-8) < \ln(5+x)$

Вариант 2

1. $\lg(2-x) < \lg 5$
2. $\log_6(5x-2) \leq \log_6(x+4)$
3. $\log_{\frac{2}{9}}(3-7x) > \log_{\frac{2}{9}}(2x+57)$
4. $\log_4(3x+5) - \log_4(6-5x) \geq 0$
5. $\ln(7+6x) \leq \ln(2x-5)$

Вариант 3

1. $\ln 5 \geq \ln(3x-7)$
2. $\lg x > \lg(3+2x)$
3. $\log_5(4x-2) < \log_5(5-7x)$
4. $\log_{0,3}(7-4x) \leq \log_{0,3}(4x+3)$
5. $\lg(x+5) - \lg(4-7x) > 0$

Вариант 4

1. $\log_{0,4} 5 \leq \log_{0,4}(3x-8)$
2. $\lg(2-x) > \lg 3x$
3. $\log_{\frac{5}{3}}(x-3) \leq \log_{\frac{5}{3}}(7+4x)$
4. $\ln(5-x) < \ln(8x+3)$
5. $\log_9(7x+4) - \log_9(6-5x) \geq 0$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 3 или меньше заданий проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

Проверочная работа № 3.

Цель: отработать способы решения логарифмических неравенств, используя свойства логарифма.

Задание: решите уравнения согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

Вариант 1

$$\lg(x^2 - x) > 1 - \lg 5$$

$$\log_2(3x - 1) + \log_2(x + 1) \leq 5$$

$$\lg(x - 2) \geq 1 - \lg(x + 2)$$

Вариант 2

$$\log_6(2x^2 - x) > 1 - \log_6 2$$

$$\log_8 x + \lg_8(x + 2) \geq 1$$

$$\lg(x + 3) \leq 1 - \lg(x - 3)$$

Вариант 3

$$\lg(x - 2) \geq 1 - \lg(x + 2)$$

$$\log_2(2x - 1) + \log_2(3x - 2) < 0$$

$$\log_6(2x^2 - x) \leq 1 - \log_6 2$$

Вариант 4

$$\lg(x + 3) \leq 1 - \lg(x - 3)$$

$$\log_3(2x + 1) + \log_3(x - 1) \geq 3$$

$$\lg(x^2 - x) < 1 - \lg 5$$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 3 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 2 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнено правильно 1 задание проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнено меньше 1 задания проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

Проверочная работа № 4.

Цель: отработать способы решения логарифмических неравенств, используя метод приведения к квадратному

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

Вариант 1

$$\log_{0,2}^2 x - 4\log_{0,2} x + 3 > 0$$

$$\log_4^2(x-4) + 2\log_4(x-4) - 3 \leq 0$$

$$\log_4^2 x - 3\log_4 x \geq 3^{\log_3 4}$$

Вариант 2

$$\log_7^2 x + 3\log_7 x - 4 \leq 0$$

$$\log_3^2(3-x) - 4\log_3(3-x) + 3 < 0$$

$$\log_3^2 x - \log_3 x \geq 4^{\log_4 6}$$

Вариант 3

$$\lg^2 x - 3\lg x + 2 \leq 0$$

$$\log_5^2(x+6) - 3\log_5(x+6) + 2 \geq 0$$

$$\log_3^2 x - \log_3 x > 5^{\log_5 2}$$

Вариант 4

$$\log_5^2 x + 7\log_5 x - 8 \geq 0$$

$$\log_4^2(3+x) + 2\log_4(3+x) - 3 \leq 0$$

$$\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x > 4^{\log_4 6}$$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 2 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 1 задание проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 2 задания проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

4.3. Задания из ЕГЭ

1. $\log_{0,3}(x-7) < 0$
2. $\log_{0,1}(x-3) > 0$
3. $\log_{0,8}(3-5x) \geq 0$
4. $\log_{0,2}(2-5x) \geq 0$
5. $\log_3(5x-1) < \log_3(4x-3)$
6. $\log_{\frac{1}{3}}(3-2x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$
7. $\log_2(2x-1) \leq \log_2(3x+4)$
8. $\log_{\sqrt{5}}(4-x) + \log_{0,2}(4-x) < 1$
9. $\log_{\sqrt{3}}(x-5) - \log_3(x-5) < 4$
10. $\log_{\sqrt{4}}(1-x) - \log_4(1-x) < 1$
11. $\log_{\sqrt{2}}(x-3) - \log_2(x-3) < 1$

5. Дополнительные виды неравенств

5.1. Тригонометрические неравенства

5.1.1. Справочный материал

Определение. Неравенство, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической функции, называется тригонометрическим неравенством.

Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств

1. Изображаем единичную окружность.
2. Отмечаем на соответствующей оси значение функции (для $\sin x$ – ось OY , для $\cos x$ – ось OX)
3. Восстанавливаем перпендикуляр к оси, который пересечет окружность в двух точках.
4. Первой на окружности подписываем точку, которая принадлежит промежутку области значений аркфункции по определению.
5. Заштриховываем ту часть оси, которая соответствует данному неравенству.
6. Начиная от подписанной точки, заштриховываем дугу окружности, соответствующую заштрихованной части оси.
7. Обращаем особое внимание на направление обхода. Если обход совершается по часовой стрелке (т.е. присутствует переход через 0), то вторая точка на окружности будет отрицательной, если против часовой стрелки – положительной.
8. Записываем ответ в виде промежутка с учетом периодичности функции.

5.1.2. Темы проверочных работ

Проверочная работа № 1.

Цель: отработать способы решения тригонометрических неравенств.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none">1. $\sin x \geq \frac{1}{2}$2. $\sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$3. $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$4. $\cos x \leq -\frac{1}{2}$5. $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$	<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none">1. $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$2. $\sin x \leq -\frac{1}{2}$3. $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$4. $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$5. $\operatorname{tg} x \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$
<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none">1. $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$2. $\sin x \geq -\frac{1}{2}$3. $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$4. $\cos x > \frac{1}{2}$5. $\operatorname{tg} x \leq 1$	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none">1. $\sin x \leq \frac{1}{2}$2. $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$3. $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$4. $\cos x \geq -\frac{1}{2}$5. $\operatorname{tg} x < -\sqrt{3}$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 3 или меньше заданий проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

Проверочная работа № 2.

Цель: отработать способы решения тригонометрических неравенств.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p>Вариант 1</p> <p>1. $\sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \leq -\frac{1}{2}$</p> <p>2. $\sin 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>3. $\cos\left(x - \frac{\pi}{7}\right) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\cos\frac{x}{5} \geq \frac{1}{2}$</p> <p>5. $\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{5}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$</p>	<p>Вариант 3</p> <p>1. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>2. $\sin\frac{x}{6} > \frac{1}{2}$</p> <p>3. $\cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\cos 3x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>5. $\cos\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) < -\frac{1}{2}$</p>
<p>Вариант 2</p> <p>1. $\sin 7x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>2. $\sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right) \leq \frac{1}{2}$</p> <p>3. $\cos 8x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>4. $\cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{7}\right) < -\frac{1}{2}$</p> <p>5. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{5}\right) > -\frac{1}{2}$</p>	<p>Вариант 4</p> <p>1. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) < \frac{1}{2}$</p> <p>2. $\sin\frac{x}{9} \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>3. $\cos 3x > \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>4. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{1}{2}$</p> <p>5. $\cos\left(5x + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$</p>

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 3 или меньше заданий проверочной работы, но получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

5.2. Иррациональные неравенства

5.2.1. Справочный материал

Определение. Неравенство, содержащее неизвестное под знаком радикала называется иррациональным неравенством.

Алгоритм решения иррациональных неравенств

	$\sqrt{x} < a$	$\sqrt{x} > a$
$a > 0$	$x < a^2, x \in [0; a^2)$	$x > a^2, x \in (a^2; +\infty)$
$a = 0$	решений нет	$x > 0, x \in (0; +\infty)$
$a < 0$	решений нет	$x \geq 0, x \in (0; +\infty)$

$\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$	$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$	$\sqrt{f(x)} < g(x)$
<p>равносильно системе</p> $\begin{cases} f(x) < g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$	<p>равносильно системе</p> $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ <p>ИЛИ</p> $\begin{cases} f(x) > g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$	<p>равносильно системе</p> $\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

5.2.2. Темы проверочных работ

Проверочная работа № 1.

Цель: отработать способы решения иррациональных неравенств.

Задание: решите неравенства согласно вашему варианту.

Норма времени: 30 минут.

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt{15-2x} < 3$$\sqrt{\frac{6}{4x-54}} \leq \frac{1}{7}$$\sqrt[5]{x-3} \geq -2$$\sqrt{-72+17x} \leq x$$x + \sqrt{2x+3} \geq 6$	<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt{7x+1} \geq 8$$\sqrt{\frac{2x+5}{3}} > 5$$\sqrt{x+1} \leq x-5$$\sqrt{2x-1} \geq x-2$$3 + \sqrt{3x+1} > x$
<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt{3x-8} \geq 5$$\sqrt{\frac{7x+13}{19}} < 5$$\sqrt{4x+5} \leq 2x+1$$5 + \sqrt{x+1} \geq x$$\sqrt{17+2x-3x^2} \leq x+1$	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt{4-5x} > 3$$\sqrt[3]{x+5} \leq -3$$\sqrt{3+x} < 3-x$$-2 + \sqrt{14-5x} \geq x$$\sqrt{x^2+2x+10} < 2x-1$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.	4
Выполнены правильно 3 задания проверочной работы, получен верный ответ.	3
Выполнены 3 или меньше заданий проверочной работы, и получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки.	2

Литература

