

Министерство образования Кировской области

**КОМПЛЕКТ**  
**контрольно-измерительных материалов**  
**для проверочных работ**  
**по учебной дисциплине**

ОДП.15. Математика

профессиональной образовательной программы (ПОП)  
для образовательных организаций СПО

*ЧАСТЬ 2*

Киров 2017

|          |
|----------|
| ОДОБРЕНО |
|          |
|          |
|          |

**Составители:**

Бахтина Е.В., преподаватель математики КОГПОБУ «ВятКТУиС»

Киселёва И.И., преподаватель математики КОГОБУ СПО «Колледж промышленности и автомобильного сервиса»

Шулятьева Н.Н., преподаватель математики КОГОБУ СПО «Колледж промышленности и автомобильного сервиса»

**Информационные редакторы:**

Корякина М.Л., преподаватель информационных технологий КОГПОБУ «ВятКТУиС»

**Внешняя экспертиза**

Комплект контрольно-измерительных материалов составлен для текущего контроля по дисциплине «Математика», реализуемой в рамках федерального государственного образовательного стандарта содержит карточки-задания по всем разделам курса алгебры и математического анализа.

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Пояснительная записка.....  | 4  |
| 1 Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.....                    | 6  |
| 2 Преобразование тригонометрических выражений.....                            | 8  |
| 2.1 Справочный материал.....  | 8  |
| 2.2 Темы проверочных работ.....   | 9  |
| 2.2.1 Нахождение значения тригонометрического выражения.....                  | 9  |
| 2.2.2 Перевод из радианной меры в градусную и наоборот.....                   | 10 |
| 2.2.3 Нахождение основных тригонометрических функций<br>исходя из данной..... | 11 |
| 2.2.4 Преобразование тригонометрических выражений (упростить).....            | 12 |
| 2.2.5 Преобразование тригонометрических выражений (доказать).....             | 13 |
| 2.2.6 Преобразование обратных тригонометрических выражений.....               | 14 |
| 3 Преобразование степенных выражений.....                                     | 15 |
| 3.1 Справочный материал.....  | 15 |
| 3.2 Темы проверочных работ.....   | 16 |
| 3.2.1 Преобразование выражений, содержащих корень.....                        | 16 |
| 3.2.2 Преобразование простейших, степенных выражений.....                     | 17 |
| 3.2.3 Вычисление простейших, степенных выражений.....                         | 18 |
| 3.2.4 Преобразование степенных выражений.....                                 | 19 |
| 4 Преобразование логарифмических выражений.....                               | 20 |
| 4.1 Справочный материал.....  | 20 |
| 4.2 Темы проверочных работ.....   | 21 |
| 4.2.1 Нахождение значения логарифма.....                                      | 21 |
| 4.2.2 Нахождение значения логарифмического выражения.....                     | 22 |
| 4.2.3 Преобразование логарифмических выражений.....                           | 23 |
| Литература.....   | 24 |

## Пояснительная записка

Комплект контрольно-измерительных материалов (далее - КИМ) по учебной дисциплине «Математика» разработан на основе рабочей программы для всех специальностей среднего профессионального образования, который реализуется в рамках федерального государственного образовательного стандарта (далее - ФГОС) среднего общего образования на базовом уровне в пределах основной образовательной программы среднего профессионального образования.

Комплект КИМ предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины. Комплект контрольно-измерительных материалов включает контрольные материалы для текущего контроля. Он состоит из нескольких частей по всем разделам программы дисциплины «Математика». Каждая часть содержит несколько проверочных работ по определенной теме:

Часть 1 – «Производная и ее применение»;

Часть 2 – «Преобразование выражений»;

Часть 3 – «Решение уравнений»;

Часть 4 – «Решение неравенств».

Данный сборник посвящен части 2 «Преобразование выражений».

В комплекте каждая проверочная работа содержит четыре варианта. В начале работы указано название, цель и время проведения проверочной работы; в заключение каждой работы есть критерии оценки выполненных заданий. Эти материалы позволяют дифференцировать контроль путем разумного сочетания фронтальной, групповой и индивидуальной формы работы обучающимися. Комплект КИМов предоставляет преподавателю возможность дифференцировать текущий контроль обучающихся на всех этапах и уровнях усвоения знаний:

- первичное ознакомление нового материала;
- ликвидация пробелов в знаниях;
- выработка умений и навыков применять полученные знания в сходных и новых ситуациях.

Данные проверочные работы могут быть использованы в качестве индивидуальных карточек-заданий, предназначенных для контроля ранее

пройденного материала, а так же для проверки уровня усвоенного материала, студентами, которые не изучали материал из-за пропущенных занятий. Такие кратковременные индивидуальные работы позволяют подключить к работе отдельных студентов, не усвоивших этот материал своевременно.

Часть 2 «Преобразование выражений» состоит из трех разделов:

- преобразование тригонометрических выражений
- преобразование степенных выражений;
- преобразование логарифмических выражений.

Все разделы содержат несколько видов проверочных работ по всей теме, в которых отрабатывается материал – начиная с повторения материала за школьный курс, заканчивая преобразованием выражений всех типов (тригонометрических, логарифмических, степенных с рациональным показателем). 2 часть комплекта контрольно-измерительных материалов разработана в соответствии с тематическим планом дисциплины «Математика» по этому разделу на основе требований к умениям: знать основные формулы тригонометрии; свойства и тождества корня, степени, логарифма; пользоваться таблицей степеней; определять значение функции по значению аргумента; выполнять несложные преобразования тригонометрических, логарифмических и степенных выражений, применяя ограниченный набор формул (разрешается пользоваться справочными материалами).

Комплект КИМов помогает преподавателю осуществлять внедрение ФГОС нового поколения в учебный процесс.

## **1 Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.**

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

**У1.** выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

**У2.** находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

**У3.** выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

**У4.** использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

**У5.** для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

## 2 Преобразование тригонометрических выражений

### 2.1 Справочный материал

#### Основные определения

Рассмотрим операции связанные с понятием тригонометрии

#### 1. Формулы тригонометрии

##### *I. Основные тригонометрические тождества.*

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ;  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ;  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \operatorname{tg} x \cdot \cos x$
- $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = \operatorname{ctg} x \cdot \sin x$
- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

##### *II. Формулы сложения.*

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

##### *III. Формулы двойного и половинного аргументов.*

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ;  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ ;  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
- $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
- $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$
- $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

IV. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций.

$$\bullet \quad \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\bullet \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\bullet \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\bullet \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

## 2. Таблица значений тригонометрических функций

| $n$                         | 0 | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$      | $\frac{3\pi}{4}$      | $\frac{5\pi}{6}$      | $\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$      | $\frac{5\pi}{4}$      | $\frac{4\pi}{3}$      | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$      | $\frac{7\pi}{4}$      | $\frac{11\pi}{6}$     | $2\pi$ |
|-----------------------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------|
| $\alpha^\circ$              | 0 | 30                   | 45                   | 60                   | 90              | 120                   | 135                   | 150                   | 180   | 210                   | 225                   | 240                   | 270              | 300                   | 315                   | 330                   | 360    |
| $\sin \alpha$               | 0 | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | $\frac{\sqrt{3}}{2}$  | $\frac{\sqrt{2}}{2}$  | $\frac{1}{2}$         | 0     | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1               | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$        | 0      |
| $\cos \alpha$               | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1     | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$        | 0                | $\frac{1}{2}$         | $\frac{\sqrt{2}}{2}$  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$  | 1      |
| $\operatorname{tg} \alpha$  | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | -               | $-\sqrt{3}$           | -1                    | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0     | $\frac{1}{\sqrt{3}}$  | 1                     | $\sqrt{3}$            | -                | $-\sqrt{3}$           | -1                    | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0      |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | - | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0               | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | -1                    | $-\sqrt{3}$           | -     | $\sqrt{3}$            | 1                     | $\frac{1}{\sqrt{3}}$  | 0                | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | -1                    | $-\sqrt{3}$           | -      |



## 2.2.1 Нахождение значения тригонометрического выражения

Цель: отработать студентами умение работать с таблицей тригонометрических функций.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

- $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ ;
- $\sin 315^\circ \cdot \cos 225^\circ + \operatorname{ctg} 210^\circ \cdot \operatorname{tg} 300^\circ$
- $\frac{\cos 120^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 120^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 45^\circ}$
- $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$

Вариант 2

- $\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$
- $\cos 210^\circ \cdot \sin 300^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 225^\circ$
- $\frac{\sin 5^\circ \cdot \cos 25^\circ + \cos 5^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}$
- $2 \cos \frac{\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$

Вариант 3

- $\cos \frac{\pi}{6} + 2 \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$
- $\operatorname{tg} 135^\circ + \sin 225^\circ \cdot \cos 315^\circ + \operatorname{ctg} 150^\circ$
- $\frac{\cos 65^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 65^\circ \cdot \sin 15^\circ}{\sin 114^\circ \cdot \cos 34^\circ - \cos 114^\circ \cdot \sin 34^\circ}$
- $1 - 2 \sin^2 15^\circ$

Вариант 4

- $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3}$
- $\operatorname{tg} 240^\circ \cdot \sin 120^\circ - \operatorname{tg} 300^\circ + \operatorname{ctg} 150^\circ$
- $\frac{\sin 56^\circ \cdot \cos 12^\circ - \cos 56^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 56^\circ \cdot \sin 12^\circ + \cos 56^\circ \cdot \cos 12^\circ}$
- $2 \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнено правильно три задания проверочной работы   | 4      |
| Выполнено правильно два задания проверочной работы   | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 2      |

## 2.2.2 Перевод из радианной меры в градусную и наоборот

Цель: отработать студентами умение применять формулы перехода из градусной меры в радианную и наоборот.

Норма времени: 10 минут.

Вариант 1

1. Выразить в радианной мере величина углов:  $60^\circ, 144^\circ$
2. Выразить в градусной мере величина углов:  $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{18}$
3. Определить знак выражения:  $\cos 700^\circ \cdot \operatorname{tg} 380^\circ$

Вариант 2

1. Выразить в радианной мере величина углов:  $56^\circ, 170^\circ$
2. Выразить в градусной мере величина углов:  $\frac{5\pi}{6}, \frac{21\pi}{4}$
3. Определить знак выражения:  $\sin 300^\circ \cdot \cos 400^\circ$

Вариант 3

1. Выразить в радианной мере величина углов:  $75^\circ, 168^\circ$
2. Выразить в градусной мере величина углов:  $\frac{7\pi}{12}, \frac{13\pi}{6}$
3. Определить знак выражения:  $\cos 200^\circ \cdot \operatorname{tg} 300^\circ$

Вариант 4

1. Выразить в радианной мере величина углов:  $64^\circ, 160^\circ$
2. Выразить в градусной мере величина углов:  $\frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{8}$
3. Определить знак выражения:  $\sin 110^\circ \cdot \cos 230^\circ$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнено правильно по одному примеру из 1 и 2 задания проверочной работы                   | 4      |
| Выполнено правильно два задания проверочной работы  | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы   | 2      |

### 2.2.3 Нахождение основных тригонометрических функций исходя из данной

Цель: отработать студентами умение применять формулы при нахождении тригонометрических функций.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

Дано:  $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Найти:

1.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$
2.  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha, \operatorname{ctg} 2\alpha - ?$

Вариант 2

Дано:  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Найти:

1.  $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$
2.  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha, \operatorname{ctg} 2\alpha - ?$

Вариант 3

Дано:  $\cos \alpha = -\frac{4}{7}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найти:

1.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$
2.  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha, \operatorname{ctg} 2\alpha - ?$

Вариант 4

Дано:  $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найти:

1.  $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$
2.  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha, \operatorname{ctg} 2\alpha - ?$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнено правильно задания п.1 и 2 задания из п.2 проверочной работы                       | 4      |
| Выполнено правильно задания п.1 проверочной работы  | 3      |
| Выполнено не правильно задание проверочной работы   | 2      |

## 2.2.4 Преобразование тригонометрических выражений (упростить)

Цель: отработать студентами умение упрощать тригонометрические выражения, используя формулы тригонометрии.

Норма времени: 15 минут

### Вариант 1

1.  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1 + 4 \sin 2\alpha$

2.  $1 + \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

3.  $\frac{1 + \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$

### Вариант 2

1.  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + 1 - 2 \sin 2\alpha$

2.  $\sin(2\alpha + 4\pi) - 2 \sin(\alpha + \pi) \cdot \cos(\alpha - \pi)$

3.  $\frac{1 - \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$

### Вариант 3

1.  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{2 \sin^2 \alpha} \cdot \operatorname{tg} \alpha$

2.  $\sin(180^\circ - \alpha) - \frac{\cos^2(180^\circ + \alpha)}{\cos(\alpha - 270^\circ)}$

3.  $1 + \operatorname{tg}(\pi + \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

### Вариант 4

1.  $\cos^2 2\alpha + (1 + \cos 2\alpha)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$

2.  $\cos\left(4\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + 2 \sin(2\alpha - \pi) \cdot \cos(2\alpha + \pi)$

3.  $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, но допущен недочет                      | 4      |
| Выполнено правильно 1 и 2 задания проверочной работы  | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы   | 2      |

## 2.2.5 Преобразование тригонометрических выражений (доказать)

Цель: отработать студентами умение доказывать тригонометрические тождества, используя формулы тригонометрии.

Норма времени: 15 минут

Вариант 1

$$1. 1 + \frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$2. \frac{\sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = 1 - \sin 2\alpha$$

Вариант 2

$$1. \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2$$

$$2. (\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha) \cdot \left( \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha \right) = \sin^2 \alpha$$

Вариант 3

$$1. 16 \sin^4 \alpha - (\sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha)^2 = 24 \sin^2 \alpha - 9$$

$$2. \cos \alpha \left( 1 + \frac{1}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \right) \left( 1 - \frac{1}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \right) = 2 \sin \alpha$$

Вариант 4

$$1. 1 + \frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$2. \frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^4 \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - 1} = \cos 2\alpha$$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы. | 5      |
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, но получены не верные ответы.            | 4      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы.   | 3      |
| Не выполнена проверочная работа.   | 2      |

## 2.2.6 Преобразование обратных тригонометрических выражений

Цель: отработать студентами умение доказывать тригонометрические тождества, используя формулы тригонометрии.

Норма времени: 10 минут

### Вариант 1

1.  $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
2.  $\operatorname{arctg}(-1) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$
3.  $5\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} - 3\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}$
4.  $2\arccos 0 + 7\operatorname{arctg}(-1)$
5.  $\sin(3\arccos 1)$

### Вариант 2

1.  $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
2.  $\operatorname{arctg}(-1) + \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$
3.  $4\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 3\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3}$
4.  $2\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \operatorname{arctg}\sqrt{3}$
5.  $\cos\left(2\arcsin\frac{1}{2}\right)$

### Вариант 3

1.  $\arccos(-1)$
2.  $\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
3.  $6\arcsin(-1) + \operatorname{arctg}\sqrt{3}$
4.  $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} - 7\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
5.  $\sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

### Вариант 4

1.  $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$
2.  $\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg}(-1)$
3.  $5\operatorname{arctg} 0 + \arccos 0$
4.  $3\operatorname{arctg}(-1) - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$
5.  $\operatorname{tg}\left(2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы. | 5      |
| Выполнено правильно четыре задания проверочной работы.                                       | 4      |
| Выполнено правильно три задания проверочной работы.  | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы.   | 2      |

### 3 Преобразование степенных выражений

#### 3.1 Справочный материал

##### Основные определения

Рассмотрим операции возведение в степень и извлечение корня.

##### 1. Свойства степени и корня.

| Степень с целым показателем   | Степень с рациональным показателем   | Корень n-ой степени   |
|---|--|---|
| Степенью n числа a ( $n \in N, a \in R$ ) называется произведение $\underbrace{aaa\dots a}_n$ обозначается: $a^n$   | Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$ , где $m$ - целое число, а $n$ - натуральное ( $n > 1$ ), называется число $\sqrt[n]{a^m}$ . | Корнем n-ой степени из числа a называется число b, такое, что $b^n = a$ . Обозначается: $\sqrt[n]{a}$   |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a^n \cdot a^m = a^{n+m}</math></li> <li>2. <math>a^n \div a^m = a^{n-m}</math></li> <li>3. <math>(a^n)^m = a^{n \cdot m}</math></li> <li>4. <math>a^n \cdot b^n = (ab)^n</math></li> <li>5. <math>a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n</math></li> </ol> | $a^0 = 1$ $1^n = 1$<br>$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$<br>$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$                         | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}</math></li> <li>2. <math>\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a \div b} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b}</math></li> <li>3. <math>\sqrt[n \cdot m]{a^m} = \sqrt[n]{a}</math></li> <li>4. <math>(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}</math></li> <li>5. <math>\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}</math></li> </ol> |

##### 2. Таблица степеней

a - основание, n - показатель

| a \ n | 2  | 3   | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9   | 10   |
|-------|----|-----|------|------|------|------|------|-----|------|
| 2     | 4  | 8   | 16   | 32   | 64   | 128  | 256  | 512 | 1024 |
| 3     | 9  | 27  | 81   | 243  | 729  | 2187 | 6561 |     |      |
| 4     | 16 | 64  | 256  | 1024 | 4096 |      |      |     |      |
| 5     | 25 | 125 | 625  | 3125 |      |      |      |     |      |
| 6     | 36 | 216 | 1296 | 7776 |      |      |      |     |      |
| 7     | 49 | 343 | 2401 |      |      |      |      |     |      |
| 8     | 64 | 512 | 4096 |      |      |      |      |     |      |
| 9     | 81 | 729 | 6561 |      |      |      |      |     |      |

## 3.2 Темы проверочных работ

### 3.2.1 Преобразование выражений, содержащих корень

Цель: отработать студентами определение и свойства корня; подготовить студентов к восприятию нового материала – степени с рациональным показателем.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

1.  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
2.  $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
3.  $\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{2m^4n^8}}$
4.  $\sqrt[4]{5 \cdot \sqrt[3]{5x^4y^8}}$

Вариант 2

1.  $\frac{7}{\sqrt{2}+1}$
2.  $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$
3.  $\sqrt{y \cdot \sqrt[5]{9x^4y^2}}$
4.  $\sqrt{n \cdot \sqrt[5]{2m^4n^2}}$

Вариант 3

1.  $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
2.  $\frac{7}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$
3.  $\sqrt[5]{4 \cdot \sqrt[3]{k^2l^5}}$
4.  $\sqrt[5]{9 \cdot \sqrt[3]{a^2b^5}}$

Вариант 4

1.  $\frac{9}{\sqrt{7}-1}$
2.  $\frac{3}{\sqrt{5}-1}$
3.  $\sqrt[7]{q \cdot \sqrt[5]{2p^3q}}$
4.  $\sqrt[7]{p \cdot \sqrt[5]{2q^3p}}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнено правильно три задания проверочной работы   | 4      |
| Выполнено правильно два задания проверочной работы   | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 2      |



### 3.2.2 Преобразование простейших, степенных выражений

Цель: отработать студентами определение и свойства степени с рациональным показателем.

Норма времени: 20 минут.

#### ВАРИАНТ 1

1.  $\left(2^{-3} \cdot \frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$

2.  $\left(5^{-3} \cdot \frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$

3.  $\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}$

#### ВАРИАНТ 2

1.  $\left(\frac{1}{81} \cdot 16^{-2}\right)^{-\frac{1}{4}}$

2.  $\left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1}\right)^{-\frac{1}{4}}$

3.  $\frac{\left(c^{-\frac{2}{3}}\right)^{-4}}{c^{\frac{1}{6}} \cdot c^{\frac{1}{2}}}$

#### ВАРИАНТ 3

1.  $(32 \cdot 243)^{\frac{1}{5}}$

2.  $\left(\frac{1}{36} \cdot 0,04\right)^{-\frac{1}{2}}$

3.  $\frac{y^{\frac{6}{7}} \cdot \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}}$

#### ВАРИАНТ 4

1.  $\left(\frac{1}{64} \cdot 0,04\right)^{-\frac{1}{2}}$

2.  $(27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}}$

3.  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}}\right)^{20}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно три задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы            | 5      |
| Выполнено три задания проверочной работы, но получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки | 4      |
| Выполнено правильно два задания проверочной работы   | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 2      |

### 3.2.3 Вычисление простейших, степенных выражений

Цель: отработать студентами определение и свойства степени с рациональным показателем.

Норма времени: 20 минут.

#### ВАРИАНТ 1

- $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{\frac{1}{3}}$
- $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 144^{\frac{1}{2}} \cdot 36^{-\frac{1}{2}}$

#### ВАРИАНТ 2

- $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot 49^{-\frac{1}{2}} + 2^{-1} \cdot 2^{-2}$
- $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot 49^{-\frac{1}{2}} + 9^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

#### ВАРИАНТ 3

- $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \cdot 216^{\frac{1}{3}} - 5^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 6^{-1} \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^{-\frac{1}{2}}$

#### ВАРИАНТ 4

- $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$
- $\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 3^{-1} \cdot \left(\frac{1}{121}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{3}}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы            | 5      |
| Выполнено все задания проверочной работы, но получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки | 4      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 2      |

### 3.2.4 Преобразование степенных выражений

Цель: отработать студентами определение и свойства степени с рациональным показателем.

Норма времени: 15 минут.

#### Вариант 1

1.  $(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5})$

2.  $(\sqrt[3]{m} - 2\sqrt[3]{n})(\sqrt[3]{m} + 2\sqrt[3]{n})$

3.  $\frac{a+1}{\sqrt{a+1}+1} + \frac{a-1}{\sqrt{1+a}-1}, a = \frac{m}{4}$

#### Вариант 2

1.  $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5})$

2.  $(\sqrt{a} - 3\sqrt{b})(\sqrt{a} + 3\sqrt{b})$

3.  $\frac{2t^{0.5}}{t-4} - \frac{1}{t^{0.5}-2}, t = 9$

#### Вариант 3

1.  $(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - \sqrt[3]{4})$

2.  $(x - \sqrt{y})(x + \sqrt{y})$

3.  $\frac{x+1}{\sqrt{x+1}+1} + \frac{x-1}{1-\sqrt{1+x}}, x = \frac{a}{9}$

#### Вариант 4

1.  $(\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - \sqrt[3]{3})$

2.  $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b})$

3.  $\frac{2a^{0.5}}{a-4} - \frac{1}{a^{0.5}-2}, t = 16$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнено правильно три задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы            | 5      |
| Выполнено три задания проверочной работы, но получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки | 4      |
| Выполнено правильно два задания проверочной работы   | 3      |
| Выполнено правильно одно задание проверочной работы  | 2      |

## 4 Преобразование логарифмических выражений

### 4.1 Справочный материал

#### Основные определения

Рассмотрим операции связанные с логарифмом.

1. *Определение:* Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называют показатель степени, в которую нужно возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$ , при условии  $b > 0, a > 0, a \neq 1$ .

2. Обозначается символом  $\log_a b = n$ .

3. Свойства логарифмов:

1.  $\log_a 1 = 0$

2.  $\log_a a = 1$

3.  $\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$

4.  $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

5.  $\log_a b^p = p \cdot \log_a b$

6.  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$

7.  $\log_{a^k} b^p = \frac{p}{k} \log_a b$

8.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

9.  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

10.  $a^{\log_a b} = b$

4. Десятичный логарифм  $\log_{10} x = \lg x$

5. Натуральный логарифм  $\log_e x = \ln x$

| Свойства натурального логарифма: | Свойства десятичного логарифма:  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $\ln 1 = 0$                      | $\lg 1 = 0$                      |
| $\ln e = 1$                      | $\lg 10 = 1$                     |
| $\ln e^k = k$                    | $\lg 10^k = k$                   |
| $e^{\ln x} = x$                  | $10^{\lg x} = x$                 |
| $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ | $\log_a x = \frac{\lg x}{\lg a}$ |

## 4.2 Темы проверочных работ

### 4.2.1 Нахождение значения логарифма

Проверочная работа №1.

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут.

#### Вариант 1

1.  $\log_5 125$
2.  $\log_8 32$
3.  $\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2}$
4.  $\ln \sqrt{e}$
5.  $\lg 1000$

#### Вариант 2

1.  $\log_{625} 25$
2.  $\lg 0,001$
3.  $\log_3 \log_3 \sqrt[5]{3}$
4.  $\ln e^3$
5.  $\log_4 \frac{1}{8}$

#### Вариант 3

1.  $\log_{0,2} 125$
2.  $\log_6 216$
3.  $\log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$
4.  $\ln \frac{1}{e}$
5.  $\log_{0,1} 100$

#### Вариант 4

1.  $\log_5 \sqrt[4]{125}$
2.  $\log_4 16$
3.  $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$
4.  $\ln \sqrt[3]{e}$
5.  $\lg \frac{1}{1000}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнены правильно все 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы                      | 4      |
| Выполнено правильно 3 задания проверочной работы  | 3      |
| Выполнено правильно одно или два задания проверочной работы                                   | 2      |

Проверочная работа №2.

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут

Вариант 1

1.  $\log_2 4$
2.  $\log_2 \frac{1}{16}$
3.  $\log_3 3$
4.  $\log_3 \frac{1}{27}$
5.  $\log_5 25$
6.  $\log_5 \frac{1}{625}$
7.  $\log_5 0.04$
8.  $\lg 10$
9.  $\log_{\frac{1}{3}} 9$
10.  $\lg \sqrt{10}$

Вариант 2

1.  $\log_2 2$
2.  $\log_5 125$
3.  $\log_2 \frac{1}{32}$
4.  $\log_3 1$
5.  $\log_3 \frac{1}{9}$
6.  $\log_5 \frac{1}{125}$
7.  $\log_5 0,2$
8.  $\lg 1$
9.  $\log_8 \frac{1}{2}$
10.  $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$

Вариант 3

1.  $\log_5 5$
2.  $\log_2 8$
3.  $\log_2 \frac{1}{4}$
4.  $\log_3 9$
5.  $\log_3 \frac{1}{81}$
6.  $\log_5 \sqrt{5}$
7.  $\lg 100$
8.  $\log_5 1$
9.  $\log_{0,5} 4$
10.  $\log_2 \sqrt{2}$

Вариант 4

1.  $\log_2 16$
2.  $\log_2 \frac{1}{8}$
3.  $\log_3 27$
4.  $\log_3 \sqrt{3}$
5.  $\log_5 625$
6.  $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$
7.  $\log_{0,2} 125$
8.  $\lg 0,001$
9.  $\log_2 1$
10.  $\log_2 \frac{1}{2}$

Критерии оценки выполнения заданий

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнены правильно все 10 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы. | 5      |
| Выполнены правильно 8 задания проверочной работы, получены верные ответы.                       | 4      |
| Выполнено правильно 6 заданий проверочной работы.   | 3      |
| Выполнено правильно 5 заданий проверочной работы.   | 2      |

### 4.2.3 Нахождение значения логарифмического выражения»

Проверочная работа №1.

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

1.  $\lg 0,0001$
2.  $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$
3.  $\log_{\frac{1}{3}} 7 - \log_{\frac{1}{3}} \frac{7}{9}$
4.  $2^{3+\log_2 9}$
5.  $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt{5}}{25} \div 3^{\log_3 2}$

Вариант 2

1.  $\log_{0,1} 0,001$
2.  $\lg 40 + \lg 25$
3.  $\log_2 15 - \log_2 30$
4.  $8^{2\log_8 3}$
5.  $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} \div 7^{2\log_7 2}$

Вариант 3

1.  $\log_3 \frac{1}{27}$
2.  $\log_{216} 2 + \log_{216} 3$
3.  $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$
4.  $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_{\frac{1}{6}} 20}$
5.  $\log_3 27 \div \log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49}$

Вариант 4

1.  $\log_{\frac{1}{3}} 81$
2.  $\lg 2 + \lg 500$
3.  $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7$
4.  $3^{4\log_3 2}$
5.  $\log_6 \frac{1}{216} \cdot \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10\sqrt{0,1}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнены правильно все 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы | 5      |
| Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы                      | 4      |
| Выполнено правильно 3 задания проверочной работы  | 3      |
| Выполнено правильно одно или два задания проверочной работы                                   | 2      |

Проверочная работа №2.

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

6.  $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{27}$

7.  $\lg 13 - \lg 130$

8.  $\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2}$

9.  $\ln \sqrt{e}$

10.  $\lg 1000$

Вариант 3

6.  $\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$

7.  $\lg 80 - \lg 8$

8.  $\log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$

9.  $\ln \frac{1}{e}$

10.  $\log_{0,1} 100$

Вариант 2

6.  $\log_4 32 + \log_4 2$

7.  $\lg 400 - \lg 4$

8.  $\log_3 \log_3 \sqrt[5]{3}$

9.  $\ln e^3$

10.  $\log_4 \frac{1}{8}$

Вариант 4

6.  $\log_3 8 - \log_3 \frac{8}{9}$

7.  $\log_{0,3} 9 - \log_{0,3} 10^2$

8.  $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$

9.  $\ln \sqrt[3]{e}$

10.  $\lg \frac{1}{1000}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа  | Оценка |
|--|--------|
| Выполнены правильно все 5 заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы. | 5      |
| Выполнены правильно 4 задания проверочной работы, получены верные ответы.                      | 4      |
| Выполнено правильно 3 задания проверочной работы.  | 3      |
| Выполнено правильно одно или два задания проверочной работы.                                   | 2      |



Проверочная работа №3.

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

$$\log_{\sqrt[3]{7}} \sqrt[5]{7} (2^{\log_2 11} - \log_2 4 - \log_2 16)$$

Вариант 2

$$\left( \log_{\sqrt[3]{5}} 25 - \log_2 4 - 4(\log_3 \sqrt{3})^2 \right) \cdot 3^{\frac{1}{\log_2 3}} - 1$$

Вариант 3

$$(\log_6 4 + \log_6 9) \cdot (3^{\log_3 2} \cdot \log_{\sqrt{2}} 2)$$

Вариант 4

$$(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2$$

### 4.2.3 Преобразование логарифмических выражений

Цель: отработать студентами определение и свойства логарифма.

Норма времени: 20 минут.

#### Вариант 1

- $\sqrt{5}(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{0,5 \lg 5}$
- $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} \div 7^{2 \log_{49} 2}$
- $(3 \lg 2 + \lg 0,25) \div (\lg 14 - \lg 7)$

#### Вариант 2

- $\frac{3}{7}(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{2 \log_5 7}$
- $\log_{0,2} 125 \div \log_{16} 64 \cdot \log_3 81$
- $(3 \log_7 2 - \log_7 24) \div (\log_7 3 + \log_7 9)$

#### Вариант 3

- $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{1}{8} \div 7^{\log_7 2}$
- $\log_{216} 27 + \log_{36} 16 - \log_6 3$
- $(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{\lg 5}$

#### Вариант 4

- $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{1}{25} \div 9^{\log_3 2}$
- $(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{\lg 5}$
- $\log_{0,5} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} \div 9^{\log_3 2}$

Критерии оценки выполнения заданий:

| Содержание ответа   | Оценка |
|---|--------|
| Выполнены правильно все 3 задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы     | 5      |
| Выполнены правильно 2 задания проверочной работы, получены верные ответы                          | 4      |
| Выполнены правильно 1 задание проверочной работы, получен верный ответ                            | 3      |
| Выполнены 3 задания проверочной работы, получены не верные ответы, допущены арифметические ошибки | 2      |

## Литература:

### Основные источники:

1. А.Н. Колмагоров. Алгебра и начала анализа, 10-11 классы. – М.: Просвещение, 2012г
2. Л.С.Атанасян и др. Геометрия, 10-11классы. – М.: Просвещение, 2014.
3. А.Г.Мордкович. Алгебра и начала анализа, 10-11 классы – Мнемозина 2013.

### Дополнительные источники:

1. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Мордкович А.Г. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2014. – 375 с.: ил.
2. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Т. А. Корешкова, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская; Под ред. А. Г. Мордковича. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2014. – 315 с.: ил.
3. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса:/ Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Щварцбургд. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1994. – 176с.
4. Изучение геометрии в 10-11 классах: Метод. рекомендации к учеб.: Кн. для учителя/С. М. Саакян, В. Ф. Бутузов. – 2-е изд.– М.: Просвещение, 2003. – 222 с.: ил.
5. Изучение алгебры и начал анализа в 10-11 классах: Кн. для учителя / Н. Е. Федорова, М. В. Ткачева. – 2-е изд.– М.: Просвещение, 2004. – 205 с.: ил.
6. Стратилатов П.В. Сборник задач по тригонометрии для 9 и 10 классов средней школы. – М.: Просвещение РСФСР, 1962.
7. Тригонометрические выражения и их преобразования: Пособие для учащихся. / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюл, К.И. Нешков, С. Б. Суворова; Под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 1985. – 63 с.

### Интернет-ресурсы:

1. [http://www.exponenta.ru/educat/links/1\\_educ.asp#0](http://www.exponenta.ru/educat/links/1_educ.asp#0) – Полезные ссылки на сайты математической и образовательной направленности: Учебные материалы, тесты
2. <http://www.fxzyz.ru/> - Интерактивный справочник формул и сведения по алгебре, тригонометрии, геометрии, физике.
3. <http://www.maths.yfa1.ru/> - Справочник содержит материал по математике (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия).
4. <http://advice-me.ru/vse-formuly-po-matematike/> - Основные формулы по алгебре и геометрии: тождественные преобразования, прогрессии, производная, стереометрия и проч.
5. <http://mathsun.ru/> – История математики. Биографии великих математиков.