Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Вятский государственный гуманитарный университет»

Дополнительная подготовка школьников по дисциплине «Информатика и информационные технологии»

Учебный модуль
Основы логики

Н. А. Бушмелева

Киров
2011

СОДЕРЖАНИЕ

1. Алгебра логики: введение

1.1. Этапы развития логики как науки

Логика – наука, изучающая законы и формы мышления.

1-й этап её развития связан с работами учёного и философа Аристотеля (384–322 гг. до н.э.). Он пытался найти ответ на вопрос «Как мы рассуждаем?», изучал правила мышления. Он впервые заложил систематические основы *формальной логики* – науки о законах и формах мышления (понятиях, суждениях, умозаключениях).

2-й этап. Немецкий учёный и философ Готфрид Вильгельм_Лейбниц (1646–1716 гг.) построил первые логические исчисления высказываний. Он является основателем *математической логики* – науки о логических связях и отношениях, лежащих в основе дедуктивного (логического) вывода.

3-й этап. Джордж Буль (1815–1864 гг.) развил идеи Г. Лейбница. В его работах логика обрела свой алфавит, орфографию и грамматику. Дж. Буль считается основоположником математической логики, как самостоятельной дисциплины. Начальный раздел её называют *булевой алгеброй* или *алгеброй логики*.

1.2. Формы абстрактного мышления

Основные формы абстрактного мышления: понятие, суждение, умозаключение.

Понятие – это форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов (школа, солнце, угол, уравнение).

Суждение (в математической логике – *логическое высказывание*) – повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается о предметах. Суждения являются истинными или ложными повествовательными предложениями.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *составными* (сложными). Высказывания, не являющиеся составными, называются *элементарными*.

Например, предложение «8 – четное число» является истинным простым высказыванием. Предложение «Рим – столица России» – ложное высказывание. Предложение «Пришла весна, и прилетели грачи» – сложное высказывание.

Предложение «Уходя, гасите свет» не является высказыванием. Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.

Умозаключение – приём мышления, при помощи которого из исходного знания получается новое знание; из одного или нескольких истинных суждений (посылок) по определённым правилам вывода получается заключение.

Пример. Все металлы простые вещества. Литий – металл. Следовательно, литий – простое вещество.

Алгебра логики – это математический аппарат, с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

Алгебра логики рассматривает любое высказывание только с одной точки зрения – является ли оно истинным или ложным.

1.3. Основные логические операции

Элементарные высказывания объединяются в составные с помощью логических операций. Каждая логическая операция имеет свое название и обозначение и реализуется с помощью логической связки.

Логические связки – это употребляемые в разговорной речи слова и словосочетания **«не», «и», «или», «если..., то», «тогда и только тогда»** и другие. Они позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания.

Например, из элементарных высказываний «*Смирнов – повар*», «*Смирнов – футболист*» при помощи связки «*и*» можно получить составное высказывание «*Смирнов – повар и футболист*», понимаемое как «*Смирнов – повар, хорошо играющий в футбол*».

Истинность или ложность получаемых таким образом составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний.

В математической логике не рассматривается содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно.

Для работы с логическими высказываниями им присваивают имена (**A**, **B**, **C**...). **A**, **B**, **C**... – *логические переменные*. Логические переменные могут принимать только одно из двух значений – «истина» или «ложь» («1» или «0»).

Примеры.

А = «У кошки четыре лапы» – истинное высказывание (**А**=1);

В = «Москва расположена на двух холмах» – ложное высказывание (**В**=0).

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, то есть заменить логической формулой.

Рассмотрим пять основных логических операций.

Конъюнкция	**Дизъюнкция**	**Инверсия**	**Импликация**	**Эквиваленция**
Логическое умножение	Логическое сложение	Отрицание	Логическое следование	Равносильность
И, •, ∧, &, and	**ИЛИ**, +, ∨,**!**, **or**	**НЕ**, ¬, **not**	**Если…, ТО…, …влечет…, ➔**	Необходимо и достаточно, …равносильно…, ⇔
истинна тогда и только тогда, когда истины оба высказывания.	истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний.	истинна, когда это высказывание ложно, и ложно, когда это высказывание истинно.	ложно тогда и только тогда, когда посылка истинна, а заключение ложно.	истинно тогда и только тогда, когда значения простых высказываний совпадают.
С = «Саша летом отправится в горы». **D** = «Саша поедет летом на море». **C∧D** = «Саша летом побывает и на море, и в горах».	**А** = «В школу я еду на автобусе». **В** = «В школу я еду на трамвае». **A ∨ B** = «В школу я еду на автобусе ИЛИ В школу я еду на трамвае».	**А** = «В школе я изучаю английский язык». **¬А** = «В школе я не изучаю английский язык».	**А =** «Данный четырёхугольник – квадрат». **В** = «Около данного четырёхугольника можно описать окружность». **А → В** = «Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность».	**А** = «24 делится на 6». **В** = «24 делится на 3». **А⇔В** = «24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3».

Замечание: как импликация связывает два элементарных высказывания? Пусть **А** = *«данный четырёхугольник – квадрат»* и **В** = *«около данного четырёхугольника можно описать окружность»*. Составное высказывание **А → В** = *«Если данный четырёхугольник квадрат, то около* *него можно описать окружность».* Есть **три варианта,** когда это высказывание истинно:

1) **А** истинно и **В** истинно, то есть данный четырёхугольник квадрат, и около него можно описать окружность;

2) **А** ложно и **В** истинно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, но около него можно описать окружность (разумеется, это справедливо не для всякого четырёхугольника);

3) **А** ложно и **В** ложно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, и около него нельзя описать окружность.

Ложен только один вариант, когда **А** истинно, а **В** ложно, то есть данный четырёхугольник является квадратом, но около него нельзя описать окружность.

2. Логические функции

2.1. Таблицы истинности логических операций

Таблица истинности – это табличное представление логической операции, в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных переменных вместе со значением истинности выходного результата операции для каждого из этих сочетаний.

A	**B**	**A ∧ B**	**A ∨ B**	**¬A**	**A→ B**	**A⇔ B**
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

При помощи составления таблиц истинности доказывают справедливость логических формул.

Импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание:

$$\mathbf{A} \to \mathbf{B} = \overline{\mathbf{A}} \vee \mathbf{B}.$$

Эквиваленцию можно выразить через инверсию, дизъюнкцию и конъюнкцию:

$$\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B} = \left(\overline{\mathbf{A}} \vee \mathbf{B}\right) \wedge \left(\overline{\mathbf{B}} \vee \mathbf{A}\right).$$

Таким образом, **операций инверсии, дизъюнкции и конъюнкции достаточно, чтобы описывать и обрабатывать логические высказывания** на основании законов алгебры логики**.**

2.2. Логическая формула

Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0») – *формулы*.

Если **A** и **B** – формулы, то **A**, (A • B), (A + B), A → B и т.п. – формулы.

Никаких других формул в алгебре логики нет.

Среди логических формул особое место занимают те, в таблице истинности которых либо одни единицы, либо только нули. Это означает, что высказывание либо всегда истинно, либо ложно, независимо от истинности входящих в него высказываний. Например, высказывание **A ∨ A** всегда истинно, а высказывание $\mathbf{A} \wedge \mathbf{A}$ всегда ложно. Доказать это можно, составив таблицу истинности этих высказываний.

Сложные высказывания, истинные при любых значениях входящих в них других высказываний, называются *тождественно истинными*, а высказывания, ложные при любых значениях входящих в них других высказываний, называются *тождественно ложными*.

Тождественно истинные или тождественно ложные высказывания, если они встречаются в формулах, заменяются в них, соответственно единицей или нулем.

2.3. Приоритет выполнения логических операций

Порядок выполнения логических операций определяется их приоритетом. Ниже перечислены операции, расположенные по убыванию приоритета:

- операция в скобках;
- отрицание;
- логическое умножение (конъюнкция);
- логическое сложение (дизъюнкция);
- импликация;
- эквиваленция.

2.4. Построение таблиц истинности

При построении таблиц истинности пользуются следующим алгоритмом.

1. Определить число переменных.
2. Определить число строк в таблице истинности.
3. Записать все возможные значения переменных.
4. Определить количество логических операций и их порядок.
5. Записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой значение.

3. Основные законы алгебры логики и упрощение логических формул

Свойства констант:	$\overline{\mathbf{0}} = \mathbf{1}$	$\overline{\mathbf{1}} = \mathbf{0}$
	$\mathbf{A \vee 0 = A}$	$\mathbf{A \wedge 0 = 0}$
	$\mathbf{A \vee 1 = 1}$	$\mathbf{A \wedge 1 = A}$
Закон тождества:	$\mathbf{A = A}$	
Закон непротиворечия:	$\mathbf{A \wedge \overline{A} = 0}$	
Закон исключенного третьего:	$\mathbf{A \vee \overline{A} = 1}$	
Закон двойного отрицания:	$\overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$	
Законы идемпотентности:	$\mathbf{A \vee A = A}$	
	$\mathbf{A \wedge A = A}$	
Законы коммутативности:	$\mathbf{A \vee B = B \vee A}$	
	$\mathbf{A \wedge B = B \wedge A}$	
Законы ассоциативности:	$\mathbf{A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C}$	
	$\mathbf{A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C}$	
Законы дистрибутивности:	$\mathbf{A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)}$	
	$\mathbf{A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)}$	
Законы поглощения:	$\mathbf{A \vee (A \wedge B) = A}$	
	$\mathbf{A \wedge (A \vee B) = A}$	
Законы де Моргана:	$\overline{\mathbf{A \vee B}} = \overline{\mathbf{A}} \wedge \overline{\mathbf{B}}$	
	$\overline{\mathbf{A \wedge B}} = \overline{\mathbf{A}} \vee \overline{\mathbf{B}}$	

Законы алгебры логики используют для равносильных преобразований логических формул. Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в алгебре. Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры логики.

Упрощение формулы, не содержащей операций импликации и эквиваленции, это равносильное преобразование, приводящее к формуле, которая либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит меньшее число вхождений переменных.

В следующем параграфе рассмотрим упрощение логических формул на примерах.

4. Решение заданий по информатике с использованием алгебры логики

4.1. Построить таблицу истинности логической функции:

$$F(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A} \lor \left(\overline{\mathbf{C}} \land \mathbf{B}\right).$$

Определить количество переменных (N) в логической функции.

N = 3

Определить количество строк (Q) в таблице:

$$Q = 2^N$$

$\mathbf{Q = 2^3 = 8}$

Определить количество логических операций (K) и последовательность их выполнения.

$$F(A,B,C) = \underbrace{A \lor \underbrace{(\underbrace{\overline{C}}_{1} \land B)}_{2}}_{3}$$

K = 3

Определить количество столбцов:

$$N + K$$

N + K = 6

Заполнить таблицу исходными данными

1. Разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю половину 0, нижнюю половину 1.

A	B	C	1	2	3
0					
0					
0					
0					
1					
1					
1					
1					

2. В следующей колонке для второй переменной заполнить четырьмя группами 0 и 1, начиная опять с группы 0.

A	B	C	1	2	3
0	0				
0	0				
0	1				
0	1				
1	0				
1	0				
1	1				
1	1				

3. Продолжать до тех пор, пока группы 0 и 1 не будут состоять из одного символа.

A	B	C	1	2	3
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Выполнить логические операции для каждого столбца.

A	B	C	1	2	3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

4.2. Три друга обсуждали историю Нового года, при этом каждый сказал следующее:

– «Празднование Нового года с 1 января установили во Франции в 45 году до Рождества Христова (Юлием Цезарем)»,

– «Празднование Нового года с 1 января установили римляне в 1659 году указом Карла IX»,

– «Празднование Нового года с 1 января установили во 2-м веке и не французы».

Оказавшийся рядом знаток истории сказал, что каждый из них прав только в одном из двух высказанных предложений. Где и в какое время было установлено празднование Нового года с 1 января?

Введем обозначения:

Ф – французы	Р – римляне	
К – Карл IX в 1659 г.	Ц – Цезарь	В – 2-й век

Запишем логическую формулу:

(Ф ∧ неЦ ∨ неФ ∧ Ц) ∧ (Р ∧ неК ∨ неР ∧ К) ∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В).

Упростим логическую формулу, воспользовавшись распределительным законом:

(Ф ∧ неЦ ∨ неФ ∧ Ц) ∧ (Р ∧ неК ∨ неР ∧ К) ∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В) =

= ((Ф ∧ неЦ ∨ неФ ∧ Ц) ∧ Р ∧ неК ∨ (Ф ∧ неЦ ∨ неФ ∧ Ц) ∧∧ неР ∧ К) ∧

∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В) =

(Ф ∧ неЦ ∧ Р ∧ неК ∨ неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К ∨ неФ ∧ Ц ∧

∧ неР ∧ К) ∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В) = [Ф ∧ Р = 0, Ц ∧ К = 0] =

= **(неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В) =**

= (неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ неВ ∧ неФ ∨ (неФ ∧ Ц ∧

∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ Ф ∧ В =

= [Ф ∧ неФ = 0, неФ ∧ неФ = неФ, Ф ∧ Ф = Ф] =

= неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∧ неВ ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К ∧ В =

= (неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ (неВ ∧ неФ ∨ Ф ∧ В) =

= (неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ неВ ∧ неФ ∨

∨ (неФ ∧ Ц ∧ Р ∧ неК ∨ Ф ∧ неЦ ∧ неР ∧ К) ∧ Ф ∧ В =

$$= [Ф \wedge \text{не}Ф = 0,\ \text{не}Ф \wedge \text{не}Ф = \text{не}Ф,\ Ф \wedge Ф = Ф] =$$

$$\mathbf{= \text{не}Ф \wedge Ц \wedge Р \wedge \text{не}К \wedge \text{не}В \vee Ф \wedge \text{не}Ц \wedge \text{не}Р \wedge К \wedge В = [К \wedge В = 0] =}$$

$$\mathbf{= Ц \wedge Р \wedge \text{не}К \wedge \text{не}В \wedge \text{не}Ф.}$$

Эта формула принимает значение «Истинно» только при значениях Ц=1, Р=1, К=0, В=0, Ф=0.

Ответ: празднование Нового года с 1 января установили римляне в 45 году до Рождества Христова (благодаря введению нового календаря Юлием Цезарем).

4.3. Упростить логическую формулу.

а)

$$\overline{x \vee y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot x \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} = 0$$

Использованы: закон де Моргана, сочетательный закон, правило операций переменной с её инверсией и правило операций с константами.

б)

$$\bar{x} \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x = \bar{x} \cdot y \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \vee x = \bar{x} \cdot (y \vee \bar{y}) \vee x = \bar{x} \vee x = 1$$

Использованы**:** закон де Моргана, вынесение общего множителя за скобки, правило операций переменной с её инверсией.

в)

$$(x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y}) = (x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y)\ \ (\bar{x} v y) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y}) = y \cdot \bar{x}$$

Повторяется второй сомножитель (разрешено законом идемпотенции), комбинируются два первых и два последних сомножителя и используется закон склеивания.

г)

$$x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot z = x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot z \cdot (y \vee \bar{y}) =$$
$$= x \cdot \bar{y} \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \cdot z = (x \cdot \bar{y} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z) \vee (\bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z) =$$
$$= x \cdot \bar{y} \vee y \cdot z$$

Вводится вспомогательный логический сомножитель ($\mathbf{y} \vee \overline{\mathbf{y}}$); затем комбинируются два крайних и два средних логических слагаемых и используется закон поглощения.

д)

$$\overline{x \cdot y \vee \bar{z}} = \overline{x \cdot y} \cdot \bar{\bar{z}} = (\bar{x} \vee \bar{y}) \cdot z$$

Использованы: дважды закон де Моргана (теперь отрицанию подвергаются только отдельные переменные, а не их комбинации), закон двойного отрицания.

е)

$$x \cdot y \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot z \cdot p = x \cdot (y \cdot (1 \vee z) \vee z \cdot p) = x \cdot (y \vee z \cdot p)$$

Выносятся за скобки общие множители, применяется правило операций с константами.

ж)

$$\begin{aligned} &x \vee \overline{y \cdot \bar{z}} \vee \overline{\bar{x} \vee y \vee \bar{z}} = x \vee \bar{y} \vee \bar{\bar{z}} \vee \bar{\bar{x}} \cdot \bar{y} \cdot \bar{\bar{z}} = x \vee \bar{y} \vee z \vee x \cdot \bar{y} \cdot z = \\ &= x \vee z \vee (\bar{y} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z) = x \vee z \vee \bar{y} \end{aligned}$$

К отрицаниям неэлементарных формул применяется закон де Моргана, используются законы двойного отрицания и склеивания.

з)

$$\begin{aligned} &x \cdot y \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z = x \cdot (y \vee y \cdot z \vee y \cdot z \vee y \cdot z) = \\ &= x \cdot ((y \vee y \cdot z) \vee (y \cdot z \vee y \cdot z)) = x \cdot (y \vee y \cdot z \vee 1) = x \cdot 1 = x \end{aligned}$$

Общий множитель **x** выносится за скобки, комбинируются слагаемые в скобках – первое с третьим и второе с четвертым, в упрощении дизъюнкции используется свойства констант.

5. Задачи для самостоятельного решения

1. В чём различия между формальной логикой и алгеброй логики?
2. Назвать основные операции алгебры логики и их свойства.
3. Какие законы математики используются в алгебре логики?
4. Определите предложения, являющиеся высказываниями, и их истинность:
   а) Где находится нофелет?
   б) 16<56.
   в) Посмотри в окно.
   г) Глупых вопросов не бывает.
   д) $H_2O+SO_3=H_2SO_4$.
5. Записать формулу логического высказывания:
   а) «Если у меня будет свободное время и не будет дождя, то я не буду писать сочинение, а пойду на дискотеку»;
   б) «Без Вас хочу сказать Вам много, При Вас я слушать Вас хочу».
6. Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «и», «или»:
   а) В кабинете есть парты. В кабинете есть стулья.
   б) Одна половина класса изучает английский язык. Вторая половина изучает французский язык.
   в) Антон старше Лили. Сережа старше Лили.
7. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин A, B и C: A=Истина, B=Ложь, C=Ложь:
   а) A или B;
   б) A и B;
   в) B или C.
8. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин X, Y и Z: X=Истина, Y=Истина, Z=Ложь:
   а) не X и Y;
   б) X или не Y;
   в) X или Y и Z.
9. Вычислите значение логического выражения при следующих значениях логических величин A, B и C: A=Истина, B=Ложь, C=Ложь:
   а) A или не (A и B) или C;
   б) не A или A и (B или C);
   в) (A или B и не C) и C.

10. Определите тип высказывания и вид логической операции с соответствующей логической связкой:

а) Всякий прямоугольник имеет прямые углы и параллельные противоположные стороны;

б) Треугольники с равными сторонами не являются равнобедренными;

в) На следующем уроке будет либо история, либо химия;

г) Завтра я пойду в школу и библиотеку;

д) Либо он заболел, либо забыл о нашей договорённости;

е) Утром мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках.

11. Используя логические операции, запишите высказывания в виде логических выражений:

а) неверно, что $0<x<3$ и $y>5$;

б) z является min(x, y, z);

в) x не является min(x, y).

12. Как будет выглядеть логическое выражение, которое опишет интервал $x \in [-2, 10]$?

13. Запишите в виде логической формулы высказывания:

а) Число является простым, если оно делится только на единицу и само на себя.

б) Спортсмен подлежит дисквалификации, если он некорректно ведёт себя по отношению к сопернику или судье или принимал «допинг».

14. Укажите ошибку в записи одного из трёх тождеств, приведите правильную запись тождества:

а) $a \vee \neg a = 1$

б) $c \vee c \vee c \vee c \vee \ldots \vee c = c$

в) $x \wedge x \wedge x \wedge \ldots \wedge x = 1$

15. В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка A, B, C и D. Известно, что:

а) если A нарушил, то и B нарушил;

б) если B нарушил, то и C нарушил или A не нарушал;

в) если D не нарушил, то A нарушил, а C не нарушал;

г) если D нарушил, то A нарушил.

16. В каких магазинах организована распродажа, если истинны два высказывания: «Неверно, что если магазин A организует распродажу, то и C тоже» и «Из двух магазинов B и C организует распродажу только один».

17. Какие фирмы организуют выставки, если истинны два высказывания: «Фирма А организует выставку, а фирма С не организует» и «Если фирма В организует, то фирма С тоже организует».

18. Приведите по два примера сложных истинных и сложных ложных высказываний из курса математики.

19. Для формулы $\mathbf{A} \wedge \left(\mathbf{B} \vee \overline{\mathbf{B}} \wedge \overline{\mathbf{C}}\right)$ построить таблицу истинности.

20. Указать логическое выражение, равносильное выражению

$$A \wedge \neg(\neg B \vee C).$$

а) $B \vee \neg C$;

б) $A \vee \neg B \vee \neg C$;

в) $A \wedge B \wedge \neg C$;

г) $A \wedge \neg B \wedge C$.

21. Вычислить: $((X \vee Y) \rightarrow Y) \wedge (Z \wedge Y) \rightarrow Y$.

22. Вычислить: $((X \vee Y) \rightarrow Y) \wedge (1 \vee Y) \neg Y$.

23. Доказать тождество формул $A \rightarrow B$ и $\neg B \rightarrow \neg A$.

24. Доказать тождество формул $A \Leftrightarrow B$ и $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

25. Упростить логическую функцию

$$F = \neg A \vee \neg(A \vee B) \vee \neg(B \wedge \neg(A \wedge B)).$$

26. Упростить логическую функцию $F = \neg (A \vee B \vee \neg(A \wedge B)) \vee \neg (B \vee A)$.

27. Определить, в какой комнате находится подарок, если на двери первой комнаты написано «за этой дверью есть подарок», на двери второй комнаты – «подарок за обеими дверьми», и известно, что надпись на одной из дверей истинна, а на другой ложна.

28. В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях. Один считает, что первой будет Наташа, а Маша будет второй. Другой болельщик на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место. Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что Рита займет третье место, а Наташа будет второй. Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита?

29. Виктор, Роман, Леонид и Сергей заняли на математической олимпиаде четыре первых места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

Сергей – первый, Роман – второй;

Сергей – второй, Виктор – третий;

Леонид – второй, Виктор – четвертый.

Известно, что в каждом ответе только одно утверждение истинно. Как распределились места?

30. Виновник ночного дорожно-транспортного происшествия скрылся с места аварии. Первый из опрошенных свидетелей сказал работникам ГИБДД, что марка машины нарушителя – «Жигули», первая цифра номера машины – единица. Второй свидетель сказал, что машина была марки «Москвич», а номер начинался с семерки. Третий свидетель сказал, что машина была иностранная, номер начинался не с единицы. При дальнейшем рассмотрении выяснилось, что каждый из свидетелей правильно указал либо марку машины, либо первую цифру номера. Какой марки была машина, и с какой цифры начинался номер?

Литература

1. Андреева Е.В. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
2. Андреева Е.В. Математические основы информатики: метод. пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина, национальный фонд подготовки кадров – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
3. Босова Л.Л., Савельева В.С. Разноуровневые дидактические материалы по информатике. Кн. 2. Основы логики. Алгоритмизация. – М.: Образование и информатика, 2001.
4. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учеб.пособие для вузов. – М. , Наука, 1987.
5. Кнут Д.Э. Искусство программирования, тт.1–3, 3-е изд.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2000.
6. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Изд. 3-е, стереотипное. – М.: КомКнига, 2006.
7. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера – М.: Энергоатомиздат, 1988.
8. Павлова Н.Н. Логические задачи // Информатика и образование. – 1999. №1.
9. Хан А.К. Способы решения логических задач // Информатика и образование. – 2003. №5.